

Chapitre 14 – Échantillonnage

Table des matières

I	Exercices	I-1
1	I-1
2	I-2
3	I-2

I Exercices

1

Dans une grande ville 40 % de la population utilise les transports en commun. On choisit au hasard un échantillon de 30 personnes dans cette ville et on demande à ces personnes si elles utilisent les transports en commun. La population de cette ville étant importante, on peut considérer que ces 30 personnes ont été interrogées dans conditions identiques et indépendantes. On appelle X la variable aléatoire égale au nombre de personnes qui utilisent les transports en commun parmi ces 30 personnes.

1. Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire X ?
2. Dans un tableur, dresser le tableau en colonne donnant la loi de probabilité de la variable aléatoire X . Pour plus de clarté afficher les probabilités avec 13 décimales (sélectionner la liste des probabilités, menu **Format**, rubrique **Cellule...**, onglet **Nombres**).
3. Calculer la probabilité que le nombre de personnes interrogées utilisant les transports en commun soit compris entre 10 et 20.
4. Comment choisir a et b pour que $p(a \leq X \leq b)$ soit égale à 0,95 ou légèrement supérieure et que $p(X \leq a) \approx p(X \geq b)$?
5. Dans l'échantillon de 30 personnes, la fréquence de personnes qui utilisent les transports en commun est $f = \frac{X}{30}$.
Lorsque $a \leq X \leq b$, quel est l'intervalle des valeurs possibles de la fréquence f ?
6. L'intervalle précédent est l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la fréquence f .
 - (a) Calculer l'intervalle qui était donné par le cours de seconde (voir rappel ci-dessous).
 - (b) Comparer les deux intervalles.

Rappel de seconde :

Si la proportion p d'un caractère étudié dans une population est comprise entre 0,2 et 0,8, et si un échantillon est de taille $n \geq 25$, alors, il y a une probabilité d'au moins 95 % que la fréquence f du caractère dans l'échantillon appartienne à l'intervalle $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

L'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la fréquence f donné par la loi binomiale est l'intervalle $\left[\frac{a}{n} ; \frac{b}{n} \right]$ où

- a est le plus petit entier tel que $p(X \leq a) > 2,5 \%$;
- b est le plus petit entier tel que $p(X \leq b) > 97,5 \%$

2

Une entreprise a fait l'acquisition d'un distributeur de boisson. Le constructeur affirme que la probabilité que la machine tombe en panne un jour donné est 0,02.

On assimile le nombre de pannes en un an à une variable aléatoire X suivant une loi binomiale de paramètres $n = 365$ et $p = 0,02$.

1. Dans un tableur, dresser le tableau en colonne donnant la loi de probabilité de la variable aléatoire X .
 - La commande =LOI.BINOMIALE(k;n;p;0) calcule $p(X = k)$;
 - la commande =LOI.BINOMIALE(k;n;p;1) calcule $p(X \leq k)$;
2. Déterminer l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la fréquence f donné par la loi binomiale. On l'écrira sous la forme $\left[\frac{a}{n} ; \frac{b}{n} \right]$.
3. La machine est tombée en panne 12 fois. Peut-on considérer, avec une probabilité de 95 % que l'affirmation du constructeur est crédible ?

3

X est une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres n et p .

1. Dans un tableur, dresser le tableau en colonne donnant la loi de probabilité de la variable aléatoire X (valeurs de X dans la première colonne, de $p(X = k)$ dans la 2^e, de $p(X \leq k)$ dans la 3^e).
2. Exécuter l'algorithme ci-contre avec $n = 50$ et $p = 0,2$ en complétant le tableau ci-dessous. Arrondir à 10^{-4} près.
3. Quelle est la valeur affichée en sortie ?
4. Que fait cet algorithme ?
5. Modifier et le ré-écrire sur le cahier pour qu'il calcule les deux bornes de l'intervalle de fluctuation de la loi binomiale au seuil de 95 %.
6. Programmer cet algorithme à la calculatrice ou dans AlgoBox.
7. Vérifier les résultats dans le tableau dressé à la première question.

Entrée :
 Lire n
 Lire p

Traitement
 s prend la valeur 0
 k prend la valeur 0
 Tant que $s \leq 0,01$
 | s prend la valeur $s + P(X = k)$
 | k prend la valeur $k + 1$
 | Fin du Tant que

Sortie : afficher $k - 1$.

$s \leq 0,1 ?$							
s	0						
k	0						